Junio 2001:

PROBLEMA 1. Hallar razonadamente las ecuaciones de los dos planos paralelos al plano π de ecuación $12x + 3y - 4z = 7$ que distan 6 unidades de π .

PROBLEMA 4. Obtener las ecuaciones de las rectas obtenidas al cortar cada uno de los planos $\pi_1 : x + y + z = 3$, $\pi_2 : x - z = 0$ y $\pi_3 : y - z = 0$ con el plano $\pi_4 : z = 0$.

Esos cuatro planos limitan un tetraedro del que se obtendrá el área de la cara situada en el plano π_4 y la altura sobre esa cara, explicando el método utilizado.

Septiembre 2001:

PROBLEMA 1. Sea r_1 la recta que pasa por los puntos $A = (0,0,0)$ y $B = (80, 10, 0)$ y sea r_2 la recta que pasa por $C = (0, 0, 10)$ y $D = (m, 10, 10)$.

Obtener la distancia entre r_1 y r_2 . Justificar geoméricamente que la distancia entre r_1 y r_2 es independiente del valor de m .

Junio 2002:

PROBLEMA 2. Dados los puntos $A=(1,-2,3)$ y $B=(0,2,1)$, se pide:

- La ecuación paramétrica de la recta que pasa por ambos puntos. (1,1 puntos).
- La ecuación del plano π que está a igual distancia de A y de B . (1,1 puntos).
- La distancia al origen de la recta intersección del plano $2y-z=0$ con el plano π del apartado b). (1,1 pun.).

PROBLEMA 2. a) Hallar la distancia del punto $P=(3,-1,4)$ a la recta r intersección de los planos: (1,8 punt.)

$$\pi_1 : 2x + y - z + 5 = 0$$

$$\pi_2 : 4x + 4y - z + 9 = 0$$

- Hallar la ecuación del plano que pasa por la recta r y el punto P . (1,5 puntos).

Septiembre 2002:

PROBLEMA 3. Consideremos los planos

$$\pi_1 : x + y - 6 = 0$$

$$\pi_2 : 2x + 4y + \lambda z + 2 = 0$$

donde λ es un parámetro real. Se pide:

- Determinar las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los los planos π_1 y π_2 cuando $\lambda = 4$ (1,5 puntos).
- Calcular razonadamente λ para que los planos π_1 y π_2 se corten formando un ángulo de 45° (1,8 puntos).

PROBLEMA 2. Dado el plano definido por la ecuación

$$\pi : 8x - 4y + z = 3,$$

hallar:

- La ecuación de la recta perpendicular al plano π que pasa por el punto $P(1,-3,7)$, expresada como la intersección de dos planos. (1 punto).
- La distancia del punto P al plano π . (0,8 puntos).
- Las ecuaciones de los planos que distan 3 unidades del plano π . (1,5 puntos).

Junio 2003:

PROBLEMA 4. Sean r la recta y π el plano de $\mathbb{R}^3$, determinados del siguiente modo:

r pasa por los puntos $(2,2,4)$ y $(-1,2,1)$ y π pasa por los puntos $(1,0,1)$, $(1,-1,0)$ y $(3,0,0)$. Se pide:

- Probar que la recta r no es paralela a π (1 punto).
- Calcular el punto P intersección de r y π y el ángulo que forman la recta r y el plano π (1 punto).
- Determinar los puntos S y T de la recta r que cumplan que su distancia a π sea 4 (1,3 puntos).

PROBLEMA 4. Sean r y r' las rectas del espacio $\mathbb{R}^3$, determinadas del modo siguiente:

r pasa por los puntos $A=(3,6,7)$ y $B=(7,8,3)$ y r' es la recta intersección de los planos de ecuaciones: $x-4y-z=-10$ y $3x-4y+z=-2$. Se pide:

- Calcular de cada una de las rectas r y r' una ecuación paramétrica y determinar la posición relativa de ambas (1 punto).
- Calcular la distancia d entre las rectas r y r' (1,3 puntos).
- Calcular el área del triángulo de vértices A, B y C , siendo C un punto cualquiera de la recta r' (1 punto).

Septiembre 2003:

PROBLEMA 4. En el espacio $\mathbb{R}^3$, se consideran el punto $P=(3,2,3)$ y la recta r intersección de los planos de ecuaciones: $x+3y-4z=0$ y $x+2y-2z=1$. Se pide determinar:

- La distancia d del punto P a la recta r (1,3 puntos).
- Los puntos M y N de la recta r que cumplan que su distancia al punto P es $\sqrt{5}d$ (1,3 puntos).
- El área del triángulo de vértices P, M y N (0,7 puntos).

PROBLEMA 4

Tenim que π i π' són els plans de l'espai $\mathbb{R}^3$, determinats de la manera següent:

El pla π passa pels punts $(0,2,1)$, $(3,-1,1)$ i $(1,-1,5)$, i el pla π' passa pels punts $(3,0,2)$, $(2,1,1)$ i $(5,4,-2)$. Calculeu:

- Una equació paramètrica de la recta r intersecció dels plans π i π' (1,3 punts).
- L'angle α que formen els plans π i π' (0,7 punts).
- L'equació del pla que conté la recta r i forma un angle de 90 graus amb el pla π (1,3 punts).

Junio 2004:

PROBLEMA 2. Dados los planos $\pi_1: x+y+z=-5$, $\pi_2: x-3y-z=3$ y la recta $r: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$, se pide:

- Determinar razonadamente la posición relativa de la recta r y la recta s intersección de los planos π_1 y π_2 (1,7 puntos).
- Obtener razonadamente la ecuación del plano que contiene a la recta s anterior y es paralelo a r (1,6 puntos).

PROBLEMA 2. Se consideran la recta $r: (x, y, z) = (t+1, 2t, 3t)$, el plano $\pi: x-2y-z=0$ y el punto $P=(1, 1, 1)$. Se pide:

- Determinar la ecuación del plano π_1 que pasa por el punto P y es paralelo al plano π (0,9 puntos).
- Determinar la ecuación del plano π_2 que contiene a la recta r y pasa por el punto P (1,2 puntos).
- Calcular la ecuación paramétrica de la recta intersección de los planos anteriores, π_1 y π_2 (1,2 puntos).

Septiembre 2004:

PROBLEMA 2. a) Obtener el plano que pasa por el punto $P(-2, 4, -3)$ y es perpendicular a la recta $r: (x, y, z) = (1, 2, 0) + t(1, -2, 1)$ (1 punto).

- Calcular la distancia entre el punto P y la recta r (2,3 puntos).

PROBLEMA 2. Consideremos los puntos: $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$, $C = (0, 0, 1)$ y $D = (2, 1, 2)$. Se pide:

- Hallar el área del triángulo de vértices B , C y D (1,1 puntos).
- Calcular el volumen del tetraedro de vértices A , B , C y D (1,1 puntos).
- Hallar la distancia del punto A al plano que pasa por los puntos B , C y D (1,1 puntos).

Junio 2005:

PROBLEMA 2. Es consideren el pla $\pi : y + z - 12m = 0$ (m paràmetre real) i les rectes: $u : \begin{cases} x = 1 \\ y = z \end{cases}$,

$v : \begin{cases} x = 2 \\ y = 2z \end{cases}$ i $w : \begin{cases} x = 3 \\ y = 3z \end{cases}$. Siguen A , B i C els punts d'intersecció de π amb u , v i w , respectivament.

- Calculeu les coordenades de A , B i C en funció de m (1,8 punts).
- Trobeu els valors de m per als quals l'àrea del triangle ABC és 1 u.a. (1,5 punts).

PROBLEMA 2. Hallar las ecuaciones de los planos que pasan por el punto $(-7, 2, -3)$ y tales que las proyecciones perpendiculares del origen sobre dichos planos son puntos de la recta $(x, y, z) = (0, 4, 1) + t(1, 0, 0)$ (3,3 puntos).

Septiembre 2005:

PROBLEMA 2. Un paralelepípedo rectangular (u ortoedro) tiene tres de sus aristas sobre las rectas:

$l : \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$, $m : \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ y $n : \begin{cases} 2x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$, y uno de sus vértices es $(12, 21, -11)$. Se pide:

- Hallar los vértices restantes (2,5 puntos).
- Calcular su volumen (0,8 puntos).

PROBLEMA 2. Dados los planos $\pi : 5x - y - z = 0$, $\sigma : x + y - z = 0$ y el punto $P(9, 4, -1)$, determinar:

- La ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a π y a σ (1,5 puntos).
- El punto simétrico de P respecto de la recta r , intersección de los planos π y σ (1,8 puntos).

Junio 2006:

PROBLEMA 2. En el espacio se consideran:

➤ La recta r intersección de dos planos de ecuaciones implícitas: $x + y - z = 5$ y $2x + y - 2z = 2$.

➤ Y la recta s que pasa por los puntos $P = (3, 10, 5)$ y $Q = (5, 12, 6)$. Se pide:

- Calcular las ecuaciones paramétricas de la recta r (0,6 puntos) y de la recta s (0,4 puntos).
- Calcular el punto H intersección de r y s (0,6 puntos) y el ángulo α que determinan r y s (0,4 puntos).
- Calcular los puntos M y N de la recta r para los que el área de cada uno de los triángulos de vértices PQM y PQN es 3 unidades de área (1,3 puntos).

PROBLEMA 2. Dados los puntos: $\left\{ \begin{array}{l} A = (4, -4, 9); \quad B = (2, 0, 5); \quad C = (4, 2, 6) \\ L = (1, 1, 4); \quad M = (0, 2, 3); \quad N = (3, 0, 5) \end{array} \right\}$, se pide:

- Calcular la distancia d del punto C al punto medio del segmento de extremos A , B (0,5 puntos) y el área S del triángulo de vértices A , B , C (1 punto).
- Calcular las ecuaciones implícitas del plano δ que pasa por los puntos A , B , C (0,4 puntos) y del plano δ' que pasa por los puntos L , M , N (0,4 puntos).
- Calcular la ecuación paramétrica de la recta r intersección de los planos δ y δ' (0,6 puntos) y el ángulo α que determinan los planos δ y δ' (0,4 puntos).

Septiembre 2006:

PROBLEMA 2. En el espacio se consideran:

➤ La recta r intersección de los planos de ecuaciones implícitas $2x - 2y - z = 9$ y $4x - y + z = 42$.

➤ Y la recta s que pasa por los puntos $(1, 3, -4)$ y $(3, -5, -2)$. Se pide:

- Calcular las ecuaciones paramétricas de la recta r (0,8 puntos) y de la recta s (0,3 puntos).
- Justificar que las rectas r y s se cruzan (0,8 puntos).
- Calcular un vector direccional de la recta t , perpendicular común a las rectas r y s , (0,4 puntos) y calcular el punto P de intersección de las rectas s y t (1 punto).

PROBLEMA 2. En el espacio se consideran:

- El plano π que pasa por los puntos $(11, 1, 2)$, $(5, 7, 5)$ y $(7, -1, -2)$.
 - Y la recta r intersección de los planos de ecuaciones implícitas $x + y + z = 15$ y $2x - 7y + 2z = 3$.
- a) Calcular la ecuación paramétrica de r (0,6 puntos) y la ecuación implícita del plano π (0,4 puntos).
 b) Calcular el punto P intersección de r y π (0,8 puntos) y el ángulo α que determinan r y π (0,5 puntos).
 c) Calcular los puntos M y N de la recta r cuya distancia al plano π es igual a 3 u.l. (1 punto).

Junio 2007:

Problema 2.1. Dadas las dos rectas r y s , que se cortan, de ecuaciones

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{2y-1}{-6} = \frac{2z-3}{6} \quad \text{y} \quad s: \frac{x-3}{-2} = \frac{2y+3}{2} = \frac{z-1}{4}, \text{ se pide calcular:}$$

- a) El punto P de corte de las rectas r y s . (1,1 puntos).
 b) Un vector direccional de r y otro de s , (0,5 puntos), y el ángulo α que forman las rectas r y s en el punto de corte P . (0,6 puntos).
 c) La ecuación implícita $ax + by + cz + d = 0$ del plano π que contiene a las rectas r y s (1,1 puntos).

Problema 2.2. Dados el punto $Q = (3, -1, 4)$ y la recta r de ecuación paramétrica

$$r: x = -2 + 3\lambda, \quad y = -2\lambda, \quad z = 1 + 4\lambda, \quad \text{se pide:}$$

- a) Hallar la distancia del punto Q a la recta r . (1,1 puntos).
 b) Justificar que la recta s que pasa por Q y tiene a $(1, -1, 1)$ como vector direccional no corta a r . (1,1 puntos).
 c) Calcular la distancia entre las rectas r y s . (1,1 puntos).

Septiembre 2007:

Problema 2.1. Dado el plano $\pi: 2x + y + 3z - 1 = 0$ y el punto $Q = (2, 1, 3)$, se pide calcular :

- a) La distancia del punto Q al plano π . (1,1 puntos).
 b) El área del triángulo Δ cuyos vértices P_1, P_2 y P_3 son los puntos de intersección del plano π con los ejes coordenados. (1,1 puntos).
 c) El volumen del tetraedro de vértices P_1, P_2, P_3 y Q . (1,1 puntos).

Problema 2.2. Dados los planos π_1 y π_2 de ecuaciones

$$\pi_1: x + 2y + z + 3 = 0; \quad \pi_2: 2x + y - z - 6 = 0, \text{ se pide:}$$

- a) Calcular el ángulo α que forman los planos π_1 y π_2 . (1,1 puntos).
 b) Calcular la ecuación paramétrica de la recta r , intersección de los planos π_1 y π_2 . (1,1 puntos).
 c) Comprobar que el plano π de ecuación $x + y - 1 = 0$ es el plano bisector de π_1 y π_2 , es decir, π forma un ángulo $\alpha/2$ con cada uno de los planos π_1 y π_2 , donde α es el ángulo obtenido en el apartado a). (1,1 puntos).

Junio 2008:

Problema 2.1. Se dan los puntos $A = (2, 1, 1)$ y $B = (1, 0, -1)$, y la recta r de ecuación

$$r: x - 5 = y = \frac{z + 2}{-2}. \text{ Se pide calcular razonadamente:}$$

- a) El punto C de r que equidista de A y B . (2 puntos).
 b) El área del triángulo ABC . (1,3 puntos).

Problema 2.2. Dadas la recta r , intersección de los planos $y + z = 0$ y $x - 2y - 1 = 0$,

y la recta s de ecuación $\frac{x}{2} = y - 1 = -z + 3$, se pide:

- a) Obtener, razonadamente, ecuaciones paramétricas de r y s . (1,1 puntos).
 b) Explicar de un modo razonado cuál es la posición relativa de las rectas r y s . (1,1 puntos).
 c) Calcular la distancia entre las rectas r y s . (1,1 puntos).

Septiembre 2008:

Problema 2.1. Dados los dos planos $\pi_1: x + y + z = 3$ y $\pi_2: x + y - \alpha z = 0$, se pide calcular razonadamente:

- El valor de α para que los planos π_1 y π_2 sean perpendiculares y, para este valor de α , obtener las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de esos dos planos. (1,5 puntos).
- El valor de α para que los planos π_1 y π_2 sean paralelos y, para este valor de α , obtener la distancia entre los dos planos π_1 y π_2 . (1,8 puntos).

Problema 2.2. Dados el punto $O = (0, 0, 0)$ y el plano $\pi: x + y + z = 6$, se pide calcular razonadamente:

- La ecuación de la recta r que pasa por O y es perpendicular al plano π . (1,1 puntos).
- Las coordenadas del punto simétrico de O respecto del plano π . (1,1 puntos).
- La ecuación del plano que contiene al eje X y a la recta r . (1,1 puntos).

Junio 2009:

Problema 2.1. Sean A , B y C los puntos de intersección del plano de ecuación

$$x + 4y - 2z - 4 = 0$$

con los tres ejes coordenados OX , OY y OZ , respectivamente. Se pide calcular razonadamente:

- El área del triángulo ABC . (1,1 puntos).
- El perímetro del triángulo ABC . (1,1 puntos).
- Los tres ángulos interiores del triángulo ABC . (1,1 puntos).

Problema 2.2. Dados los puntos $O = (0,0,0)$, $A = (4,4,0)$ y $P = (0,0,12)$, se pide obtener razonadamente:

- La ecuación de la recta que pasa por A y es perpendicular al plano de ecuación $z = 0$. (1 punto).
- La ecuación de un plano que cumpla las dos condiciones siguientes:
 - Pase por P y por un punto Q de la recta de ecuación $x = y = 4$.
 - Sea perpendicular a la recta que pasa por O y Q . (2,3 puntos por hallar uno de los dos planos solución).

Septiembre 2009:

Problema 2.1. Dados los puntos $P = (3, -1, 4)$ y $Q = (1, 0, -1)$, y el plano π de ecuación

$$\pi: x - 2y + 2z + 5 = 0,$$
 se pide calcular razonadamente:

- La ecuación de la recta r que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π . (1,4 puntos).
- La ecuación de los planos que pasan por el punto P y son perpendiculares al plano π . (1 punto).
- La ecuación del plano π' que pasa por los puntos P y Q y es perpendicular al plano π . (0,9 puntos).

Problema 2.2. Sea π el plano de ecuación $\pi: 3x + 2y + 4z - 12 = 0$. Calcular razonadamente:

- Las ecuaciones de los dos planos paralelos a π que distan 5 unidades de π . (1,2 puntos).
- Los tres puntos A , B y C , intersección del plano π con cada uno de los tres ejes coordenados. (0,6 puntos).
- Los tres ángulos del triángulo ABC . (1,5 puntos).

Junio 2010:

Problema A.2. Dadas las rectas de ecuaciones

$$r = \begin{cases} 5x + y - z = 4 \\ 2x - 2y - z = -5 \end{cases} \quad \text{y} \quad s = \begin{cases} x - y = -5 \\ z = 4 \end{cases},$$

se pide:

- Justificar que las rectas r y s se cruzan. (4 puntos).
- Calcular razonadamente la distancia entre las rectas r y s . (3 puntos).
- Determinar la ecuación del plano π que es paralelo y equidistante a las rectas r y s . (3 puntos).

Problema B.2. Sea r la recta de vector director $(2, -1, 1)$ que pasa por el punto $P = (0, 3, -1)$. Se pide:

- Hallar razonadamente la distancia del punto $A = (0, 1, 0)$ a la recta r . (4 puntos).
- Calcular razonadamente el ángulo que forma la recta que pasa por los puntos P y A con la recta r en el punto P . (4 puntos).
- Si Q es el punto donde la recta r corta al plano de ecuación $z = 0$, comprobar que el triángulo de vértices APQ tiene ángulos iguales en los vértices P y Q . (2 puntos).

Septiembre 2010:

Problema A.2. Se pide obtener razonadamente:

- La ecuación del plano π que pasa por los puntos $O = (0, 0, 0)$, $A = (6, -3, 0)$ y $B = (3, 0, 1)$. (3 puntos).
- La ecuación de la recta r que pasa por el punto $P = (8, 7, -2)$ y es perpendicular al plano π . (3 puntos).
- El punto Q del plano π cuya distancia al punto P es menor que la distancia de cualquier otro punto del plano π al punto P . (4 puntos).

Problema B.2. Dadas las dos rectas r y s de ecuaciones

$$r: \frac{x-4}{3} = \frac{y-4}{2} = z-4 \quad \text{y} \quad s: x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3},$$

se pide calcular razonadamente:

- Las coordenadas del punto P de intersección de las rectas r y s . (3 puntos).
- El ángulo que forman las rectas r y s . (3 puntos).
- Ecuación implícita $Ax + By + Cz + D = 0$ del plano π que contiene a las rectas r y s . (4 puntos).

Junio 2011:

Problema A.2. En el espacio se dan las rectas $r: \begin{cases} x + z = 2 \\ 2x - y + z = 0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y - z = 2 \end{cases}$. Obtener

razonadamente:

- Un punto y un vector director de cada recta. (3 puntos).
- La posición relativa de las rectas r y s . (4 puntos).
- La ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s . (3 puntos).

Problema B.2. En el espacio se dan las rectas $r: \begin{cases} x = \lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 3 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x - 1 = y = z - 3 \end{cases}$. Obtener

razonadamente:

- Un vector director de cada una de dichas rectas r y s . (2 puntos).
- La ecuación del plano perpendicular a la recta r que pasa por el punto $(0, 1, 3)$. (3 puntos).
- El punto de intersección de las rectas r y s (2 puntos) y la ecuación del plano π que contiene a estas rectas r y s . (3 puntos).

Septiembre 2011:

Problema A.2. En el espacio se dan las rectas $r: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ 3y - z + 2 + \alpha = 0 \end{cases}$.

Obtener razonadamente:

- El valor de α para el que las rectas r y s están contenidas en un plano. (4 puntos).
- La ecuación del plano que contiene a las rectas r y s para el valor de α obtenido en el apartado anterior. (2 puntos).
- La ecuación del plano perpendicular a la recta r que contiene el punto $(1, 2, 1)$. (4 puntos).

Problema B.2. Se da la recta $r: \begin{cases} x - 4y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi_\alpha: (2 + 2\alpha)x + y + \alpha z - 2 - 6\alpha = 0$, dependiente del parámetro real α . Obtener razonadamente:

- La ecuación del plano π_α que pasa por el punto $(1, 1, 0)$. (3 puntos).
- La ecuación del plano π_α que es paralelo a la recta r . (4 puntos).
- La ecuación del plano π_α que es perpendicular a la recta r . (3 puntos).

Junio 2012:

Problema A.2. Se dan las rectas $r_1: \begin{cases} x=1+2\alpha \\ y=\alpha \\ z=2-\alpha \end{cases}$ y $r_2: \begin{cases} x=-1 \\ y=1+\beta \\ z=-1-2\beta \end{cases}$, siendo α y β parámetros reales.

Calcular **razonadamente**:

- Las coordenadas del punto de corte de r_1 y r_2 . (3 puntos).
- La ecuación del plano que contiene esas dos rectas. (4 puntos).
- La distancia del punto $(0, 0, 1)$ a la recta r_2 . (3 puntos).

Problema B.2. Se da la recta r de ecuación $r: \begin{cases} x-2y-2z=1 \\ x+5y-z=0 \end{cases}$ y el plano π de ecuación $\pi: 2x+y+nz=p$,

donde n y p son dos parámetros reales.

Obtener **razonadamente**:

- Todos los valores de n para los que la intersección de la recta r y el plano π es un punto. (4 puntos).
- El valor de n y el valor de p para los que la recta r está contenida en el plano π . (3 puntos).
- El valor de n y todos los valores de p para los que la recta r no corta al plano π . (3 puntos).

Septiembre 2012:

Problema A.2. En el espacio se tiene la recta $r: \begin{cases} x+y-z=1 \\ x-y-z=0 \end{cases}$ y el plano $\pi: x+mz=0$, donde m es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**:

- Un vector director de la recta r . (2 puntos).
- El valor de m para el que la recta r y el plano π son perpendiculares. (2 puntos).
- El valor de m para el que la recta r y el plano π son paralelos. (3 puntos).
- La distancia entre r y π cuando se da a m el valor obtenido en el apartado c). (3 puntos).

Problema B.2. En el espacio se dan los planos π , σ y τ de ecuaciones:

$$\pi: 2x-y+z=3; \quad \sigma: x-y+z=2; \quad \tau: 3x-y-az=b,$$

siendo a y b parámetros reales, y la recta r intersección de los planos π y σ .

Obtener **razonadamente**:

- Un punto, el vector director y las ecuaciones de la recta r . (3 puntos).
- La ecuación del plano que contiene a la recta r y pasa por el punto $(2, 1, 3)$. (4 puntos).
- Los valores de a y de b para que el plano τ contenga a la recta r , intersección de los planos π y σ . (3 puntos).

Junio 2013:

Problema A.2. Sean $O=(0, 0, 0)$, $A=(1, 0, 1)$, $B=(2, 1, 0)$ y $C=(0, 2, 3)$. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- El área del triángulo de vértices O, A y B , (3 puntos) y el volumen del tetraedro de vértices O, A, B y C . (2 puntos).
- La distancia del vértice C al plano que contiene al triángulo OAB . (3 puntos).
- La distancia del punto C' al plano que contiene al triángulo OAB , siendo C' el punto medio del segmento de extremos O y C . (2 puntos).

Problema B.2. Dados los puntos $A=(1, 0, 1)$, $B=(2, -1, 0)$, $C=(0, 1, 1)$ y $P=(0, -3, 2)$, se pide calcular **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- La distancia del punto P al punto A . (2 puntos)
- La distancia del punto P a la recta que pasa por los puntos A y B . (4 puntos)
- La distancia del punto P al plano que pasa por los puntos A, B y C . (4 puntos)

Julio 2013:

Problema A.2. Se dan las rectas $r_1: \begin{cases} x=1+2\alpha \\ y=\alpha \\ z=2-\alpha \end{cases}$ y $r_2: \begin{cases} x=-1 \\ y=1+\beta \\ z=-1-2\beta \end{cases}$, siendo α y β parámetros reales.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- Unas ecuaciones implícitas de r_1 . (2 puntos).
- La justificación de que las rectas r_1 y r_2 están contenidas en un plano π , (2 puntos) y la ecuación de ese plano π . (2 puntos).
- El área del triángulo de vértices P , Q y R , siendo $P=(-1, 0, 1)$, $Q=(0, 1, 2)$ y R el punto de intersección de r_1 y r_2 . (4 puntos).

Problema B.2. Se dan las rectas $r: \begin{cases} x-y+z=0 \\ 2x+y+z=1 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x-1=y-2=z \end{cases}$. Obtener **razonadamente,**

escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Un punto y un vector director de cada una de las dos rectas. (3 puntos).
- La distancia entre las rectas r y s , (2 puntos), **justificando** que las rectas r y s se cruzan. (2 puntos).
- Obtener unas ecuaciones de la recta t que pasa por el punto $\left(\frac{41}{57}, -\frac{14}{57}, 0\right)$ y es perpendicular a las rectas r y s . (3 puntos).

Junio 2014:

Problema A.2. Se dan el punto $A=(-1, 0, 2)$ y las rectas $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z-2$ y $s: \begin{cases} x=-1-2\lambda \\ y=1+3\lambda \\ z=1+\lambda \end{cases}$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- La ecuación del plano π que pasa por el punto A y contiene a la recta r . (3 puntos).
- La ecuación del plano σ que pasa por el punto A y es perpendicular a la recta s . (3 puntos)
- Un vector dirección de la recta l intersección de los planos π y σ (2 puntos) y la distancia entre las rectas s y l . (2 puntos).

Problema B.2. Se da el triángulo T , cuyos vértices son $A=(1, 2, -2)$, $B=(0, -3, 1)$ y $C=(-1, 0, 0)$, y los

planos $\pi_1: x+y+z+1=0$ y $\pi_2: \begin{cases} x = -\alpha + \beta + 1 \\ y = \alpha - 2\beta \\ z = \alpha + \beta \end{cases}$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- La posición relativa del plano π_1 y del plano que contiene al triángulo T . (4 puntos).
- Un vector $\vec{n}_1$ perpendicular al plano π_1 y un vector $\vec{n}_2$ perpendicular al plano π_2 (1,5 puntos) y el coseno del ángulo formado por los vectores $\vec{n}_1$ y $\vec{n}_2$ (1,5 puntos).
- Las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de los planos π_1 y π_2 . (3 puntos).

Julio 2014:

Problema A.2. Se dan los puntos $A=(1, 5, 7)$ y $B=(3, -1, -1)$.

Se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

- Las ecuaciones de los planos π_1 y π_2 que son perpendiculares a la recta r que pasa por los puntos A y B , sabiendo que el plano π_1 pasa por el punto A y el plano π_2 pasa por el punto medio del segmento cuyos extremos son los puntos A y B . (4 puntos distribuidos en 2 puntos por cada plano).
- La distancia entre los planos π_1 y π_2 . (2 puntos).
- Las ecuaciones de la recta r que pasa por los puntos A y B , (2 puntos), y los puntos de la recta r que están a distancia 3 del punto $C=(1, 0, 1)$. (2 puntos).

Problema B.2. Se dan las rectas $r: \begin{cases} x-y=0 \\ z=10 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x+y=8 \\ x+y+z=13 \end{cases}$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Un vector director de cada recta (2 puntos) y la posición relativa de las rectas r y s . (2 puntos).
- La ecuación del plano que contiene a la recta s y es paralelo a la recta r . (3 puntos).
- La distancia entre las rectas r y s . (3 puntos).

Junio 2015:

Problema A.2. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La ecuación del plano π que pasa por el punto $P(2, 0, 1)$ y es perpendicular a la recta $r: \begin{cases} x+2y=0 \\ z=0 \end{cases}$. (3 puntos)
- Las coordenadas del punto Q situado en la intersección de la recta r y del plano π . (2 puntos)
- La distancia del punto P a la recta r , y **justificar razonadamente** que la distancia del punto P a un punto cualquiera de la recta r es mayor o igual que $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. (3 puntos)

Problema B.2. Se dan las rectas $r: \begin{cases} x-y+3=0 \\ 2x-z+2=0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} 3y+1=0 \\ x-2z-3=0 \end{cases}$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El plano paralelo a la recta s que contiene a la recta r . (3 puntos)
- La recta t que pasa por el punto $(0, 0, 0)$, sabiendo que un vector director de t es perpendicular a un vector director de r y también es perpendicular a un vector director de s . (3 puntos)
- Averiguar razonadamente** si existe o no un plano perpendicular a s que contenga a la recta r . (4 puntos)

Julio 2015:

Problema A.2. Se tienen las rectas $r: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$, $s: \begin{cases} x=1+\lambda \\ y=-\lambda \\ z=0 \end{cases}$ y el punto $P(0, 3, -2)$. Obtener

razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Las ecuaciones de la recta que pasa por el punto P y es paralela a la recta r . (3 puntos)
- La ecuación del plano que contiene a la recta r y es paralelo a la recta s . (4 puntos)
- La distancia entre las rectas r y s . (3 puntos)

Problema B.2. Se dan las rectas $r: \begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 6x - z + 8 = 0 \end{cases}$ y el plano $s: \begin{cases} x=1-2\alpha \\ y=2+\alpha \\ z=3-\alpha \end{cases}$

$\pi: 2x+mz+1=0$, siendo m un parámetro real. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La posición relativa de las rectas r y s y el punto (o puntos) comunes a r y s . (4 puntos)
- El valor del parámetro m para que la recta s sea paralela al plano π . (3 puntos)
- La ecuación del plano que contiene a la recta s y al punto $P(1, 2, 4)$. (3 puntos)

Junio 2016:

Problema A.2. Se dan las rectas $r: \begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ 3x + y - z + 1 = 0 \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2\alpha \\ z = \alpha - 2 \end{cases}$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La recta paralela a r que pasa por el punto $(0, 1, 0)$. (3 puntos)
- El plano π que contiene a la recta r y es paralelo a s . (3 puntos)
- La distancia entre las rectas r y s . (4 puntos)

Problema B.2. Se da el plano $\pi: 6x + 3y + 2z - 12 = 0$ y los puntos $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$ y $C(0, 0, 3)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La ecuación implícita del plano σ que pasa por los puntos A , B y C , (2 puntos)
y la posición relativa de los planos σ y π . (2 puntos)
- El área del triángulo de vértices A , B y C . (3 puntos)
- Un punto P del plano π y el volumen del tetraedro cuyos vértices son P , A , B y C . (3 puntos)

Julio 2016:

Problema A.2. Se dan los puntos $A = (0, 0, 1)$, $B = (1, 0, -1)$, $C = (0, 1, -2)$ y $D = (1, 2, 0)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La ecuación del plano π que contiene a los puntos A , B y C . (3 puntos)
- La justificación de que los cuatro puntos A , B , C y D , no son coplanarios. (2 puntos)
- La distancia del punto D al plano π , (2 puntos)
y el volumen del tetraedro cuyos vértices son A , B , C y D . (3 puntos)

Problema B.2. Se dan los planos $\pi: x + y + z = 1$ y $\sigma: ax + by + z = 0$, donde a y b son dos parámetros reales.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- Los valores de a y b para los que el plano σ pasa por el punto $(1, 2, 3)$ y, además, dicho plano σ es perpendicular al plano π . (3 puntos)
- Los valores de a y b para los cuales sucede que el plano σ pasa por el punto $(0, 1, 1)$ y la distancia del punto $(1, 0, 1)$ al plano σ es 1. (3 puntos)
- Los valores de a y b para los que la intersección de los planos π y σ es la recta r para la que el vector $(3, 2, -5)$ es un vector director de dicha recta r , (3 puntos)
y obtener las coordenadas de un punto cualquiera de la recta r . (1 punto)

Junio 2017:

Problema A.2. Se dan el punto $P = (1, 1, 1)$, la recta $r: \begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi: x + y + z = 1$. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**, las ecuaciones de:

- El plano que contiene al punto P y a la recta r . (2 puntos)
- La recta s que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π , la distancia del punto P al plano π y el punto de intersección de la recta s con el plano π . (2+2+2 puntos)
- El plano σ que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π . (2 puntos)

Problema B.2. Sea T un tetraedro de vértices $O = (0, 0, 0)$, $A = (1, 1, 1)$, $B = (3, 0, 0)$ y $C = (0, 3, 0)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La ecuación del plano π que contiene a los puntos A , B y C , (1 punto)
y las ecuaciones de la recta h_O perpendicular a π que pasa por O . (2 puntos)
- El punto de intersección de la altura h_O y el plano π . (3 puntos)
- El área de la cara cuyos vértices son los puntos A , B y C , (2 puntos)
y el volumen del tetraedro T . (2 puntos)

Julio 2017:

Problema A.2. Se dan la recta $r: \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 3y - z = 1 \end{cases}$ y el plano $\pi: 2x + y + mz = n$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- Los valores de m y n para los que la recta r y el plano π se cortan en un punto. (3 puntos)
- Los valores de m y n para los que la recta r y el plano π no se cortan. (3,5 puntos)
- Los valores de m y n para los que la recta r está contenida en el plano π . (3,5 puntos)

Problema B.2. Se dan la recta $r: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{a} = \frac{z-1}{-1}$ y el plano $\pi: 2x - y + bz = 0$, siendo a y b dos

parámetros reales. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El punto de intersección de la recta r y el plano π cuando $a = -b = 1$. (2,5 puntos)
- La distancia entre la recta r y el plano π cuando $a = b = 4$. (2,5 puntos)
- La posición relativa de la recta r y del plano π en función de los valores de los parámetros a y b . (5 puntos)

Junio 2018:

Problema A.2. Dados los puntos $A(-1,2,\lambda)$, $B(2,3,5)$ y $C(3,5,3)$, donde λ es un parámetro real, se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El valor del parámetro λ para que el segmento AC sea la hipotenusa de un triángulo rectángulo de vértices A, B y C (3 puntos).
- El área del triángulo de vértices A, B y C cuando $\lambda = 6$ (4 puntos).
- La ecuación del plano que contiene al triángulo de vértices A, B y C cuando $\lambda = 6$ (3 puntos).

Problema B.2. Dados el punto $A(5,7,3)$ y la recta $r: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$, se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La recta s que corta a la recta r , pasa por el punto A , y es perpendicular a la recta r (4 puntos).
- La distancia del punto A a la recta r (3 puntos).
- La distancia del punto $B(1,1,1)$ al plano π que pasa por $(3, -1, 0)$ y es perpendicular a r (3 puntos).

Julio 2018:

Problema A.2. Se tienen el plano $\pi: x - y + z - 3 = 0$, la recta $s: \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ y el punto $A(1,1,1)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La recta que pasa por A , corta a la recta s y es paralela al plano π (4 puntos).
- El plano que pasa por A , es perpendicular al plano π y paralelo a la recta s (3 puntos).
- Discute si el punto $(3,2,1)$ está en la recta paralela a s que pasa por $(5,3,1)$ (3 puntos).

Problema B.2. Dada la recta $r: \begin{cases} x + y = 3 \\ x + 4y - z = 8 \end{cases}$ se pide obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- Las ecuaciones paramétricas de la recta r (3 puntos).
- La ecuación del plano π que es paralelo a r y pasa por los puntos $(5,0,1)$ y $(4,1,0)$ (4 puntos).
- La distancia entre la recta r y el plano π obtenido en el apartado anterior (3 puntos).

Junio 2019:

Problema A.2. Consideramos en el espacio las rectas $r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases}$ y $s: x = y + 1 = \frac{z-2}{2}$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La ecuación del plano que contiene las rectas r y s . (3 puntos)
- La recta que pasa por $P = (0, -1, 2)$ y corta perpendicularmente a la recta r . (4 puntos)
- El valor que deben tener los parámetros reales a y b para que la recta s esté contenida en el plano $\pi: x - 2y + az = b$. (3 puntos)

Problema B.2. Sea π el plano de ecuación $9x + 12y + 20z = 180$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Las ecuaciones de los dos planos paralelos a π que distan 4 unidades de π . (4 puntos)
- Los puntos A, B y C intersección del plano π con los ejes OX, OY y OZ y el ángulo que forman los vectores $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$. (4 puntos)
- El volumen del tetraedro cuyos vértices son el origen O de coordenadas y los puntos A, B y C . (2 puntos)

Julio 2019:

Problema A.2. Se da el plano $\pi : 2x + y + 2z = 8$ y el punto $P = (10, 0, 10)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La distancia del punto P al plano π . (3 puntos)
- El área del triángulo cuyos vértices son los puntos A, B y C , obtenidos al hallar la intersección del plano π con los ejes de coordenadas. (4 puntos)
- El volumen del tetraedro cuyos vértices son P, A, B y C . (3 puntos)

Problema B.2. Se dan en el espacio la recta $r: \frac{x-\alpha}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{\beta}$ y el plano $\pi : x + 2y + 3z = 6$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La posición relativa de la recta r y el plano π en función de los parámetros reales α y β . (5 puntos)
- La distancia entre la recta r y el plano π cuando $\alpha = 6$ y $\beta = 3$. (3 puntos)
- La ecuación del plano que pasa por $(0,0,0)$ y que no corta al plano π . (2 puntos)

Julio 2020:

Problema 2. Sea la recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ y los puntos $P = (1, 0, 0)$ y $Q = (2, 1, \alpha)$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- El valor de α para que la recta que pasa por P y Q sea paralela a r . (3 puntos)
- La ecuación del plano que contiene a P y Q y es paralelo a r , cuando $\alpha = 1$. (3 puntos)
- La distancia del punto Q al plano que pasa por P y es perpendicular a r , cuando $\alpha = 1$. (4 puntos)

Problema 5. Se dan el plano $\pi: 2x + y - z - 5 = 0$ y los puntos $A(1, 2, -1)$, $B(2, 1, 0)$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La ecuación implícita del plano que pasa por los puntos A, B y es perpendicular a π . (4 puntos)
- Las ecuaciones paramétricas de la recta r que es perpendicular a π y pasa por A . Encuentra dos planos cuya intersección sea la recta r . (1+2 puntos)
- La distancia entre el punto B y la recta r . (3 puntos)

Septiembre 2020:

Problema 2. Se dan los planos $\pi: x + y = 1$ y $\pi': x - y + z = 1$ y el punto $P(1, -1, 0)$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Unas ecuaciones paramétricas de la recta r que pasa por el punto P y es paralela a los planos π y π' . (3 puntos)
- La distancia de la recta r a cada uno de los planos π y π' . (3 puntos)
- Las ecuaciones de la recta que pasa por P y corta perpendicularmente a la recta obtenida como intersección de los planos π y π' . (4 puntos)

Problema 5. Se dan las rectas $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \lambda, \lambda \in \mathbf{R} \\ z = 2\lambda \end{cases}$, $s: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ y el plano $\pi: 3x + ay - z + 1 = 0$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Si hay algún valor del parámetro a para el cual la recta r está contenida en el plano π . (4 puntos)
- La distancia entre las rectas r y s . (3 puntos)
- El coseno del ángulo que forman la recta r y la recta $t: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ y - z = 2 \end{cases}$. (3 puntos)

Junio 2021:

Problema 2. Se dan los planos $\pi_1: x + y + z = a - 1$, $\pi_2: 2x + y + az = a$ y $\pi_3: x + ay + z = 1$.

- Determinad la posición relativa de los tres planos en función del parámetro a . (4 puntos)
- Para $a = 1$, calculad, si existe, la recta de corte entre los planos π_1 y π_3 . (3 puntos)
- Para $a = 2$, calculad, si existe, la recta de corte entre los planos π_1 y π_2 . (3 puntos)

Problema 5. Dados el punto $P(1,2,3)$ y el plano $\pi \equiv 3x + 2y + z + 4 = 0$, se pide:

- Calculad la distancia del punto P al plano π . (2 puntos)
- Calculad el punto P' que es simétrico del punto P respecto del plano π . (5 puntos)
- Calculad la ecuación del plano π' que pasa por P' y es paralelo a π . (3 puntos)

Julio 2021:

Problema 2. Se dan las rectas $r: \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x - z - 1 = 0 \end{cases}$, $s: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ y el plano $\pi: x + my + z = 2$ que depende del parámetro real m . Obtened:

- La posición relativa de las rectas r y s . (4 puntos)
- El valor del parámetro m para que la recta r esté contenida en el plano π . (3 puntos)
- Los puntos A, B, C intersección del plano π con los ejes de coordenadas cuando $m = 2$, así como el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y $P(2,2,2)$. (3 puntos)

Problema 5. Dados los puntos $P(1,1,0)$, $Q(2, -1,1)$ y $R(\alpha, 3, -1)$ se pide:

- La ecuación del plano que contiene a P , Q y R cuando $\alpha = 1$ y la distancia de dicho plano al origen de coordenadas. (3 puntos)
- La ecuación de la recta r que pasa por R cuando $\alpha = 1$ y es paralela a la recta s que pasa por P y Q .
Calculad la distancia entre las rectas r y s . (4 puntos)
- Los valores de α para los cuales P , Q y R están alineados y la ecuación de la recta que los contiene. (3 puntos)

Junio 2022:

Problema 3. Dadas las rectas $r: \begin{cases} x = z - 1 \\ y = 2 - 3z \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x = 4 - 5z \\ y = 4z - 3 \end{cases}$

- Indicar justificadamente la posición relativa de r y s . (5 puntos)
- Hallar la ecuación de la recta l que pasa por el origen y corta a r y s . (5 puntos)

Problema 4. Dados los planos $\pi_1: 2x - y - z + 4 = 0$ y $\pi_2: \begin{cases} x = -1 + \alpha \\ y = 1 + \alpha + \beta \\ z = \alpha - \beta \end{cases}$, y la recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

- Calcular la posición relativa de π_1 y π_2 . (3 puntos)
- Calcular el punto P' que es simétrico al punto $P = (1,0,0)$ respecto del plano π_1 . (4 puntos)
- Calcular, si existe, el punto de intersección de π_1 y r . (3 puntos)

Julio 2022:

Problema 3. Dados los puntos $A = (2,0,0)$ y $B = (0,1,0)$, y la recta $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = z$:

- Hallar la ecuación de la recta r que pasa por los puntos A y B . (2 puntos)
- Determinar la ecuación implícita del plano que contiene a la recta s y es paralelo a la recta r . (4 puntos)
- Calcular la distancia del punto A a la recta s . (4 puntos)

Problema 4. Dados los puntos $A = (2,1,-2)$ y $B = (3,2,3)$, y el plano π definido por $2x + 2y + z = 3$, obtener:

- El punto de corte C entre el plano π y la recta perpendicular a π que pasa por B . (5 puntos)
- El área del triángulo cuyos vértices son A, B y C . (5 puntos)

Junio 2023:

Problema 3. Dada la recta $r: \begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$ y los puntos $P = (0,0,3)$ y $Q = (2,2,a)$, obtener:

- Los valores del parámetro real a , si existen, para los que son paralelas la recta r y la recta que pasa por los puntos P y Q . (6 puntos)
- La ecuación del plano perpendicular a r y que pasa por P . (4 puntos)

Problema 4. Dada la recta $r: \begin{cases} 5x + y + 7z = 16 \\ 9x - y + 7z = 12 \end{cases}$ y el punto $P = (0,5,2)$ se pide:

- Comprobar que el punto $Q = (2,6,0)$ pertenece a la recta r y encontrar la recta s que pasa por los puntos P y Q . (2 puntos)
- Obtener el ángulo que forman la recta r y la recta s . (3 puntos)
- Obtener la proyección ortogonal del punto P en la recta r . (5 puntos)

Julio 2023:

Problema 3. Dados los puntos $A = (2, -1, 0)$, $B = (1, 2, 3)$ y $C = (-1, 0, 0)$:

- Hallar la ecuación implícita de la recta r que contiene a los puntos A y B . (3 puntos)
- Hallar la ecuación del plano π que es perpendicular a la recta anterior r y que contiene al punto C . (4 puntos)
- Calcular la distancia del punto A al plano π . (3 puntos)

Problema 4. Dada la recta $r: (x, y, z) = (1, 1, 0) + \lambda(-1, -1, 2)$ y el plano $\pi: 5x + my + z = 2$:

- Obtener la posición relativa de r y π en función de m . (6 puntos)
- Para $m = 1$, calcular el plano π' que contiene a r y es perpendicular a π . (4 puntos)

Junio 2024:

Problema 3. Se considera la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-1}$ y el plano $\pi: 3x - my + z = 1$. Se pide:

- Determinar el valor del parámetro real m para que r y π sean paralelos. Obtener además los valores de m para los que el plano π contiene a la recta r . (4 puntos)
- Para los valores m del apartado anterior, hallar un plano paralelo a π , que contenga a la recta r . (3 puntos)
- Calcular, en función de m , la distancia entre π y el punto $P = (1, -1, -2)$. (3 puntos)

Problema 4. Un rectángulo tiene dos vértices consecutivos en los puntos $P = (2, 1, 3)$ y $Q = (1, 3, 1)$, y los otros dos sobre una recta r que pasa por el punto $R = (4, 7, 6)$.

- Calcular la ecuación de la recta r . (2 puntos)
- Calcular la ecuación del plano que contiene al rectángulo. (3 puntos)
- Hallar las coordenadas de los otros dos vértices del rectángulo. (5 puntos)

Julio 2024:

Problema 3. Se dan las rectas $r: x - 1 = y - 2 = \frac{z-1}{2}$ y $s: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Se pide:

- Comprobar que se cortan y calcular las coordenadas del punto P de intersección. (5 puntos)
- Determinar la ecuación de la recta que pasa por P y es perpendicular a r y a s . (5 puntos)

Problema 4. Sea el plano $\pi: 6x + 4y - 3z - d = 0$. Se pide:

- Calcular los valores de d para que la distancia del plano al origen sea una unidad. (2 puntos)
- Calcular, en función del parámetro d , las coordenadas de los puntos A, B y C que resultan de intersectar el plano π con los ejes de coordenadas, X, Y y Z , respectivamente. (3 puntos)
- Para $d \neq 0$, calcular el ángulo formado por los vectores $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ determinados por los puntos del apartado anterior. (5 puntos)